

VZTAHY MEZI VNITŘNÍM VÝNOSOVÝM PROCENTEM A ČISTOU SOUČASNOU HODNOTOU[#]

RELATIONSHIP BETWEEN INTERNAL RATE OF RETURN AND NET PRESENT VALUE

STŘELEČEK, František, ZDENĚK, Radek, LOSOSOVÁ, Jana

Abstract

This paper discusses two of the most frequently used methods of capital projects evaluation – net present value and internal rate of return – and their mutual relationship. The paper tries to solve the problem of evaluation of incompatible projects and the problem of multiple IRR within capital projects with unconventional cash flow where the course of net present value function is not monotone.

Key words: internal rate of return, net present value.

Abstrakt

Příspěvek se zabývá dvěma nejpoužívanějšími metodami pro hodnocení investičních projektů – čistou současnou hodnotou a vnitřním výnosovým procentem – a vztahy mezi nimi. Příspěvek se snaží řešit problém hodnocení vzájemně se vylučujících projektů a problém vícenásobného vnitřního výnosového procenta u investičních projektů s nekonvenčními peněžními toky, kdy průběh funkce čisté současné hodnoty není monotónní.

Klíčová slova: vnitřní výnosové procento, čistá současná hodnota.

Úvod

Vztah vnitřního výnosového procenta (IRR) a čisté současné hodnoty (NPV) jako racionálních kritérií pro výběr investiční varianty konkurenčních investic je stále předmětem řady diskusí. Čistá současná hodnota je prezentována jako hodnotná metoda pro výběr projektů, zatímco vnitřní výnosové procento vzhledem k tomu, že se nemusí vyskytovat nebo se může vyskytovat vícekrát, je jeho význam nedoceněn.

Pravidla pro přijetí vnitřní současné hodnoty při výběru projektu požadují pro nastavenou úrokovou sazbu kladnou hodnotu. Pravidla pro vnitřního výnosového procenta požadují při výběru projektu jeho vyšší hodnotu než je například míra zisku podniku nebo zvolená úroková sazba.

Častá kritika IRR se opírá o situaci, kdy peněžní toky projektu mění znaménko více než jednou, a tedy může existovat (nemusí) více než jedno vnitřní výnosové procento projektu.

[#] Článek je zpracován jako jeden z výstupů výzkumného projektu MSM 6007665806.

Tato kritika je pro mnoho autorů postačující proto, aby upřednostňovali kritérium čisté současné hodnoty před vnitřním výnosovým procentem (Hirshleifer, 1958; Valach, 2005).

Materiál a metodika

Funkce čisté současné hodnoty vyjadřuje vztah mezi diskontní sazbou a čistou současnou hodnotou. Pro analýzu funkce NPV je možno využít diskrétní posloupnost peněžních toků, potom $NPV = \sum_{n=0}^N \frac{P_n}{(1+r)^n}$, kde N je doba životnosti projektu, P_n je peněžní tok v období n a r

je diskontní sazba nebo oportunitní náklady kapitálu (Oehmke, 2000; Joaquin, 2001; Pascual, 2003). Derivací čisté současné hodnoty podle úrokové sazby dostáváme

$$\frac{\partial NPV}{\partial r} = \sum_{n=0}^N \frac{-nP_n}{(1+r)^{n+1}} = \sum_{n=1}^N \frac{-nP_n}{(1+r)^{n+1}}.$$

Nebo je možno pro čistou současnou hodnotu použít spojitou funkci peněžních toků, pak $NPV(r) = \int_0^{\infty} g(t)e^{-rt} dt$ pro $r \in \mathbb{R}^+$, kde t je čas a $g(t)$ je

funkce peněžních toků pro $t \in \mathbb{R}^+$ (Saak at al., 2001). Vnitřní výnosové procento získáme ze vztahu $NPV = 0$ a řešením podle r . NPV a IRR jsou tedy v pevném funkčním vztahu. Posouzení závislosti mezi těmito dvěma indikátory efektivnosti investic pak umožňuje nejen jejich správné užití, ale i rozšiřuje dimenzi pro správné rozhodování. V následujícím příspěvku se proto pokusme shrnout názory na tyto vzájemné vztahy.

Výsledky

Náklady odložené příležitosti

Z definice čisté současné hodnoty a vnitřního výnosového procenta vyplývá, že úroková sazba u čisté současné hodnoty je vždy menší nežli vnitřní výnosové procento. Čistá současná hodnota vyjadřuje pak nezúročený kapitál, který se při realizaci dané investice uvolní. Posuzujeme-li tento proces z hlediska výnosnosti kapitálu, pak je zřejmé, že při upřednostnění čisté současné hodnoty před vnitřním výnosovým procentem potřebujeme větší objem kapitálu než u vnitřního výnosového procenta. Pro úrokovou sazbu používanou při čisté současné hodnotě a vnitřním výnosovým procentem platí tento vztah:

$$(1 + r_1) \cdot (1 + r_2) = (1 + r_3)$$

kde r_1 = úroková sazba uváděná v odúročiteli, r_2 = úroková sazba, kterou by bylo třeba zúročit čistou současnou hodnotu, aby bylo dosaženo stejného zúročení jako u vnitřního výnosového procenta, r_3 = vnitřní výnosové procento. Z toho vyplývá, že vnitřní výnosové procento vede k uvolnění určitého objemu kapitálu, který můžeme nazvat náklady odložené příležitosti.

Vliv rozdělení výnosů na vztahy mezi čistou současnou hodnotou a vnitřním výnosovým procentem

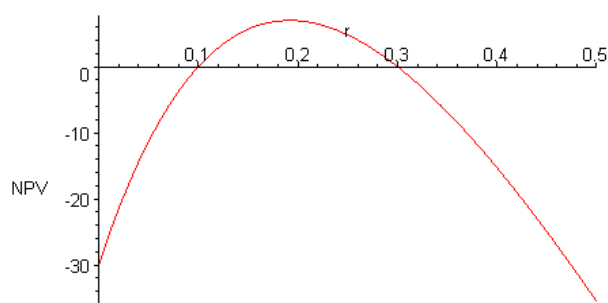
Pro funkci čisté současné hodnoty lze definovat tyto vztahy:

1. Vyšší příjmy vytvářejí vyšší čistou současnou hodnotu a naopak.

2. Čím příjmy z hlediska časového nastanou dříve, tím je čistá současná hodnota je vyšší. Pozdější příjmy znamenají, že čistá současná hodnota je menší.
3. Jestliže se kapitálový výdaj uskuteční v čase 0 a výnosy jsou kladné, potom znaménko u derivace funkce je vždy záporné. S rostoucí úrokovou sazbou pak čistá současná hodnota klesá.
4. Jestliže všechny výnosové toky v projektu jsou pozitivní (či negativní), pak funkce čisté současné hodnoty je monotónně klesající (rostoucí) a u dané funkce není možné definovat vnitřní výnosové procento.
5. Jestliže funkce čisté současné hodnoty je monotónní, pak existuje pouze jediné vnitřní výnosové procento. Neplatí opak, tedy jestliže u dané funkce existuje pouze jedno vnitřní výnosové procento, potom daná funkce je monotónní.
6. Jestliže výnosy (P_t pro $t = 1, 2, \dots, n$) jsou jak pozitivní, tak i negativní, potom znaménko v derivaci nelze definovat apriorně a rostoucí či klesající výnosy znamenají rostoucí či klesající čistou současnou hodnotu. Pozitivní či negativní výnosy mohou být způsobeny opakovaným reinvestováním či střídáním zisku se ztrátou z investice.
7. V případě nekonvenčních toků může existovat více hodnot vnitřního výnosového procenta a také více čistých současných hodnot, často výhodnějších než čistá současná hodnota pro zvolenou úrokovou sazbu. V takovém případě není jednoznačné rozhodování ani z hlediska vnitřního výnosového procenta, ani z hlediska čisté současné hodnoty.

Např. projekt s peněžními toky $\{-1\ 000; 2\ 400; -1\ 430\}$ má dvě vnitřní výnosová procenta ($IRR_1 = 0,1$ a $IRR_2 = 0,3$).

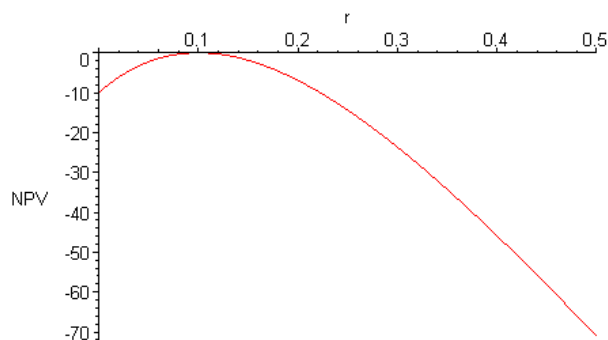
Obrázek 1 – Průběh funkce NPV



Pramen: vlastní výpočty

Jiný příklad: Vnitřní výnosové procento projektu s peněžními toky $\{-1\ 000; 2\ 200; -1\ 210\}$ je rovno 0,1, čistá současná hodnota je pro $r > 0$ menší nebo rovna 0.

Obrázek 2 – Průběh funkce NPV



Pramen: vlastní výpočty

8. Okamžik zahájení investice nemá na výši vnitřního výnosového procenta vliv, má však vliv na průběh funkce NPV(r).
9. Pokud má funkce čisté současné hodnoty má n kořenů, pak má alespoň n – 1 změn sklonu.
10. Pokud se znaménko peněžních toků mění více než jednou, pak funkce NPV(r) nemůže být monotónní a existence a jednoznačnost vnitřního výnosového procenta není zaručena

Maticové řešení vztahů mezi rozdělením výnosů, čistou současnou hodnotou a vnitřním výnosovým procentem

1. Výpočet ČSH

Pro výpočet čisté současné hodnoty pomocí matic mějme matici peněžních toků $P = (a_{ij})_{1,n}$, kde j jsou roky životnosti investice + 1 a čtvercovou matici diskontních sazeb $D = (a_{ij})_{n,n}$, kde i jsou roky životnosti investice +1 a j jsou diskontní sazby. Matici čistých současných hodnot NPV = $(a_{ij})_{1,n}$ získáme násobením matic $P \cdot D$.

Příklad: Předpokládejme investiční projekt o životnosti 4 roky. Předpokládané peněžní toky projektu jsou $\{-3000, 1000, 1000, 1000, 1000\}$. Sestavením matice diskontních sazeb pro roky 0 .. 4 a diskontní sazby $\{10\%, 12,5\%, 15\%, 17,5\%, 20\%\}$ řešíme rovnici $P \cdot D$:

$$\text{NPV} = \begin{bmatrix} -3000 & 1000 & 1000 & 1000 & 1000 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0,9091 & 0,8889 & 0,8696 & 0,8511 & 0,8333 \\ 0,8264 & 0,7901 & 0,7561 & 0,7243 & 0,6744 \\ 0,7513 & 0,7023 & 0,6575 & 0,6164 & 0,5787 \\ 0,6830 & 0,6243 & 0,5718 & 0,5246 & 0,4823 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 170 & 6 & -145 & -284 & -411 \end{bmatrix}$$

Čistá současná hodnota pro diskontní sazbu 12,5 % je rovna 6, tedy vnitřní výnosové procento je blízké 12,5 %.

2. Výpočet nutných peněžních toků

Předpokládejme kapitálový výdaj (K) uskutečněný na počátku životnosti investice a matici požadovaných čistých současných hodnot NPV = $(a_{ij})_{1,n}$, kde j jsou zvolené diskontní sazby.

Nutné peněžní toky pro roky 1..n vypočteme:

$$P \cdot D = SP$$

$$P \cdot D - K = SP - K = NPV$$

$$P \cdot D = NPV + K$$

$$P \cdot D \cdot D^{-1} = (NPV + K) \cdot D^{-1}$$

$$P = (NPV + K) \cdot D^{-1}$$

kde $P = (a_{ij})_{1,n}$ je matice ročních peněžních toků pro roky 1..n; $D = (a_{ij})_{n,n}$ je matice diskontních sazeb, kde i jsou roky životnosti investice a j jsou diskontní sazby; $SP = (a_{ij})_{1,n}$ je matice součtu (za roky 1..n) diskontovaných peněžních toků pro jednotlivé diskontní sazby.

Příklad: Projekt vyžaduje kapitálový výdaj na počátku realizace 1 000, požadované čisté současné hodnoty pro dané sazby jsou: {0 %, 3 000}, {5 %, 2 550}, {10 %, 2 170}, {15 %, 1 850}.

Nutné peněžní toky pak jsou:

$$P = ([3000 \quad 2550 \quad 2170 \quad 1850] + 1000) \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,9524 & 0,9091 & 0,8696 \\ 1 & 0,9070 & 0,8264 & 0,7561 \\ 1 & 0,8638 & 0,7513 & 0,6575 \\ 1 & 0,8227 & 0,6830 & 0,5718 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= [8291 \quad -23897 \quad 29151 \quad -9546]$$

Závěr

V řadě učebnic zabývajících se investičním rozhodováním se upřednostňuje v případě nekonvenčních toků výpočet čisté současné hodnoty před vnitřním výnosovým procentem. Vývoj funkce čisté současné hodnoty na základě rozdělení výnosů po dobu životnosti investice lze, v řadě případů, jednoznačně analyticky definovat. V závislosti na tom i distribuci vnitřního výnosového procenta. Tyto základní vztahy jsou v příspěvku diskutovány. Ve všech případech je však možné pro každou výši a rozdělení výnosů investice během doby životnosti a dané matice diskontních sazeb definovat funkci čisté současné hodnoty a tím i vnitřní výnosová procenta. Současně s tím je možné i rozpoznat zda zvolené diskontní sazby vedou k nejvyšší čisté současné hodnotě. Z teoretického hlediska lze úlohu řešit i obráceně, tj. na základě zvolené funkce čisté současné hodnoty lze hodnotit výši a distribuci výnosů během doby životnosti investice.

Literatura

- [1] Hirshleifer J.: On the theory of optimal investment decision. The Journal of Political Economy, Vol. 66, No. 4 (1958), pp. 329-352.
- [2] Joaquin D. C.: Anomalies in net present value calculations? Economics Letters, Vol. 72, No. 1 (2001), pp. 127-129.
- [3] Oehmke J. F.: Anomalies in net present value calculations. Economics Letters, Vol. 67, No. 3 (2000), pp. 349-351.
- [4] Saak A., Hennessy D. A.: Well-behaved cash flows. Economics Letters, Vol. 73, No. 1 (2001), pp. 81-88.
- [5] Valach J a kol.: Investiční rozhodování a dlouhodobé financování. Ekopress, Praha, 2005. ISBN 80-86929-01-9.