

METODA KRITICKÉ CESTY, SIMULACE A JEJICH VYUŽITÍ V PROJEKTOVÉM MANAGEMENTU

CRITICAL PATH METHOD, SIMULATION AND THEIR USING IN PROJECT MANAGEMENT

FRIEBELOVÁ, Jana, FRIEBEL, Ludvík

Abstract

The Critical Path Method (CPM) and its modification PERT belong among methods used in the field of project management. Using these methods, we can find critical tasks influencing the final duration of a particular project. Another possibility is using a simulation. During the simulation, the duration of particular tasks follows the chosen probability distribution. Using this technique, we can determine the probability that the particular tasks will be critical. This method can be used for project planning, its controlling and management when we focus on activities which can be critical on the chosen significance level. Afterwards, it is suitable to process the obtained results using regression and correlation analysis methods.

Key words: PERT, simulation, critical task, regression and correlation analysis.

Abstrakt

Mezi metody používané v projektovém řízení patří metoda kritické cesty (CPM) a její modifikace pro stochastické projekty, metoda PERT. Těmito metodami zjišťujeme, které dílčí činnosti v projektu jsou kritické a závisí na nich celková doba trvání projektu. Jinou možností je použít simulační metody. Při simulaci doba trvání jednotlivých činností sleduje zvolené rozdělení pravděpodobnosti. Pomocí této techniky zjistíme tzv. kritičnost činností, tedy s jakou pravděpodobností která činnost bude kritická. Toto lze využít při plánování, kontrole a řízení projektu, kdy pozornost soustředíme právě na činnosti, které jsou na zvolené hladině významnosti kritické. Výsledky simulace je vhodné dále zpracovávat např. pomocí regresní a korelační analýzy.

Klíčová slova: PERT, simulace, kritická činnost, regresní a korelační analýza.

Úvod

Hlavním cílem časové analýzy projektů je zjištění tzv. kritické cesty, jejíž délka určuje dobu trvání celého projektu. Činnosti, které tvoří kritickou cestu, jsou činnostmi kritickými (na jejich průběhu závisí termín ukončení daného projektu). Plánování, řízení a kontrola těchto projektů se nejčastěji provádí metodou PERT (Program Evaluation and Review

Technique), která vychází z metody CPM (Critical Path Method), používané při analýze deterministických projektů, podrobněji viz [3].

Při tradičním přístupu k časové analýze stochastických projektů určuje kritickou cestu cesta s nejdelsí očekávanou délkou. Vzhledem k náhodnému charakteru dob trvání činností se však může stát libovolná cesta cestou kritickou, jestliže její délka překročí délky všech ostatních cest. Tato situace nastává zejména v případech, kdy očekávané délky cest spojujících počáteční uzel s uzlem koncovým jsou si blízké. Ve stochastických projektech tedy pojem "kritická cesta" a "kritická činnost" ztrácí smysl a je vhodnější hovořit o pravděpodobnosti, s jakou daná činnost nebo cesta bude kritická. Někteří autoři [4] nazývají tyto pravděpodobnosti „kritičností“ činnosti, popř. cesty.

Podobně jako je tomu u jiných stochastických procesů, i pro analýzu stochastických projektů je vhodné používat simulační techniku, kdy při náhodných dobách trvání jednotlivých činností můžeme provést libovolný počet realizací daného projektu tak, že při známém rozdělení pravděpodobnosti generujeme doby trvání jednotlivých činností.

Použití simulační techniky při plánování, řízení a kontrole stochastických projektů doporučují někteří naši i zahraniční autoři, např. [3] a [4] popisují využití simulace při časové analýze stochastických projektů, v nichž doby trvání všech veličin jsou náhodné veličiny s trojúhelníkovým rozdělením. Generování náhodných dob trvání činností s trojúhelníkovým rozdělením navrhuje též [1]. Porovnáním výsledků časové analýzy stochastických projektů, prováděné pomocí simulace za předpokladu jednak trojúhelníkového, jednak β -rozdělení dob trvání jednotlivých činností, se zabývá [5].

Cílem příspěvku je ukázat možnosti využití simulační techniky v oblasti projektového managementu.

Materiál a metodika

Základem všech simulačních postupů ve stochastických projektech je aproximace rozdělení dob trvání jednotlivých činností vhodným teoretickým rozdělením. Za předpokladu, že je znám optimistický, pesimistický a nejpravděpodobnější odhad dob trvání činností, pro tuto aproximaci je nejčastěji používáno β -rozdělení [2]. Někteří autoři spočítají střední hodnoty dob trvání činností a jejich rozptyl, jako by se jednalo o β -rozdělení a dále tyto vypočítané hodnoty využijí jako parametry normálního rozdělení při simulaci v Excelu pomocí generátoru pseudonáhodných čísel. Popis výpočtu kritické cesty lze nalézt např. v [3], v tomto příspěvku se nebudeme tímto popisem dále zabývat.

Způsob stanovení kritičnosti jednotlivých činností, který popisuje [6], spočívá v tom, že postupně se doba trvání každé činnosti zvětší o velmi malou hodnotu Δt a ověřuje se, zda toto prodloužení způsobí prodloužení doby trvání celého projektu o stejnou hodnotu Δt . Vliv prodloužení doby trvání zvolené činnosti na dobu trvání projektu se zjistí tak, že v každém kroku simulace se stanoví rozdíl mezi původní a novou dobou trvání projektu. Tento rozdíl je buď 0 nebo Δt podle toho, zda v příslušném kroku simulace je uvažovaná činnost kritická či nikoliv. Ze středních hodnot těchto rozdílů lze pak stanovit kritičnost všech činností, a to jejich vydělením hodnotou Δt .

Doby trvání jednotlivých činností se ve stochastických projektech mohou měnit. Vliv této změny na dobu trvání celého projektu lze určit pomocí vícenásobné regresní analýzy. Parciální regresní koeficient udává, o jaký počet průměrných jednotek se změní závisle proměnná v případě, že se i -tá nezávisle proměnná změní o jednu měrnou jednotku při nezměněné úrovni ostatních nezávisle proměnných.

Regresní funkci nadroviny (1) použijeme k predikování výstupu, jako lineární funkci vstupů.

$$X_{0.12\dots m} = a_{0.12\dots m} + b_{01.2\dots m}x_1 + b_{02.13\dots m}x_2 + \dots + b_{0i.12\dots(i-1)(i+1)\dots m}x_i + \dots + b_{0m.12\dots(m-1)}x_m, \quad (1)$$

kde je

$X_{0.12\dots m}$ predikovaná hodnota závisle proměnné,

x_i nezávisle proměnná,

$a_{0.12\dots m}$ absolutní regresní koeficient,

$b_{0i.jk\dots m}$ parciální regresní koeficient.

Pro odstranění vlivu různých rozměrů vstupů se používá regresní funkce nadroviny v hodnotách směrodatných proměnných (2):

$$T_{0.12\dots m} = \beta_{01.2\dots m}t_1 + \beta_{02.13\dots m}t_2 + \dots + \beta_{0i.12\dots(i-1)(i+1)\dots m}t_i + \dots + \beta_{0m.12\dots(m-1)}t_m, \quad (2)$$

kde je

t_i nezávislá směrodatná proměnná,

$\beta_{0i.jk\dots m}$ parciální regresní koeficient ve směrodatných proměnných,

$T_{0.12\dots m}$ hodnota závislé směrodatné proměnné.

Koeficient korelace (3) je speciálním případem indexu korelace pro lineární závislost. Koeficient vícenásobné korelace charakterizuje lineární závislost na všech nezávislých proměnných

$$r_{0.12\dots m} = \sqrt{\frac{\sum X_{0.12\dots m} \cdot x_0 - \bar{x}_0 \cdot \sum x_0}{\sum x_0^2 - \bar{x}_0 \cdot \sum x_0}}. \quad (3)$$

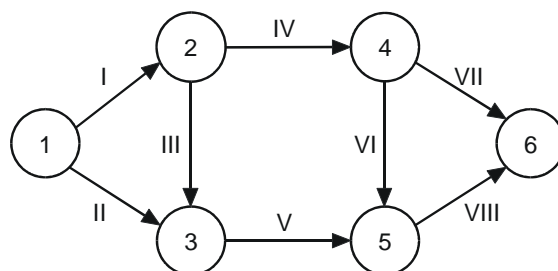
Parciální korelační koeficient je vyjádřen jako

$$r_{0i.jk\dots m} = \sqrt{\frac{r_{0.ijk\dots m}^2 - r_{0.jk\dots m}^2}{1 - r_{0.jk\dots m}^2}}. \quad (4)$$

Výsledky a diskuse

Mějme jednoduchý projekt, který je znázorněn síťovým diagramem zakresleným na obrázku 1.

Obrázek 1: Síťový diagram



Doby trvání jsou uvedeny v tabulce 1. V šestém a sedmém sloupci jsou uvedeny teoretické střední hodnoty a směrodatné odchylky počítané za předpokladu, že činnosti sledují β rozdělení.

Tabulka 1: Doby trvání činností

Činnost	Počáteční a koncový uzel	a_{ij}	m_{ij}	b_{ij}
I	(1, 2)	6	7	8
II	(1, 3)	6	7	7
III	(2, 3)	1	1	1
IV	(2, 4)	4	5	6
V	(3, 5)	1	1	1
VI	(4, 5)	4	4	5
VII	(4, 6)	7	8	8
VIII	(5, 6)	2	3	5

V programu @RISK jsou vygenerovány doby trvání každé činnosti 1000 krát, z těchto vygenerovaných hodnot se vždy spočítá doba trvání projektu. Střední hodnota doby trvání projektu je potom 19,9133 dnů a směrodatná odchylka je 0,5823. Celkové doby trvání projektu, zjištěné při jednotlivých simulacích, jsme testovali na shodu s teoretickým rozdělením. Rozdělení doby trvání projektu se nejvíce blíží zobecněnému beta rozdělení. P-value je 0,9759 (Chi-kvadrát test).

Zjištění kritičnosti pro tento projekt podle výše zmíněného postupu je uvedeno v tabulce 2.

Tabulka 2: Určení kritičnosti činností

Činnost	Pravděpodobnost kritičnosti
I	1,00
II	0
III	0
IV	1,00
V	0
VI	0,465
VII	0,542
VIII	0,465

Z tabulky 2 je patrné, že pro dobu trvání projektu jsou jednoznačně kritické činnosti I a IV. Činnosti II, III a V jsou o tolik kratší, že ani při simulaci se nestane, že by tyto činnosti mohly být kritické. Doby trvání činností VI, VII a VIII jsou si bližší a záleží na vygenerovaných hodnotách, které činnosti budou při daném průběhu kritické. Ve 46,5% případů budou kritické činnosti VI a VIII, činnost VII bude kritická na 54,2%. V praxi to znamená, že je nutné obzvláště pečlivě kontrolovat průběh práce na činnostech I a IV, neboť sebemenší

zpoždění má vliv na dobu trvání celého projektu. Naopak ne vždy prodloužení činností VI, VII a VIII musí nutně znamenat, že se zpozdí celý projekt, tedy existuje určitá pravděpodobnost, že při zpoždění některého z těchto úkolů nedojde k prodloužení doby trvání projektu.

Vliv změn v dobách trvání činností na celkovou dobu trvání projektu je uveden v tabulce 3. Znamená to například, že pokud se činnost IV změní o jednu směrodatnou proměnnou, doba trvání celého projektu se změní o 0,637 směrodatné proměnné.

Tabulka 3: Regresní a korelační koeficienty

Činnost(1)	Regresní koeficient(2)	Korelační koeficient(3)
IV	0,692	0,637
I	0,65	0,609
VIII	0,229	0,207
VII	0,182	0,165
VI	0,063	0,063
II	0	0,014
	Index determinace 0,9386426	

Výsledky korespondují s výsledky získané při výpočtu kritičnosti, opět činnosti I a IV mají největší vliv na dobu dokončení projektu.

Závěr

Na konkrétním problému z oblasti projektového řízení jsme účinně využili simulační techniku pro zjišťování doby trvání projektu. V projektovém řízení se nesleduje jen doba trvání činností, ale sledují se i náklady a potřeba zdrojů, které vždy souvisí i s dobou trvání projektu. Z výsledků je patrné, že pomocí simulační techniky lze pohodlně sledovat průběh projektu. Kromě vyhledání kritických činností pro dobu trvání projektu je možné stanovit i pravděpodobnost jejich kritičnosti, což dále kritické činnosti třídí na ty, které jsou kritické vždy a ty, které jsou kritické pouze s určitou pravděpodobností. Parciální regresní koeficienty určují vliv prodlevy příslušné činnosti na dobu trvání celého projektu. Oba zmíněné přístupy umožňují určit činnosti, které mají největší vliv na dobu trvání celého projektu.

Literatura

- [1] DLOUHÝ, M. *Simulace pro ekonomy*. Praha: VŠE Praha, 2001, ISBN 80-245-0155-4
- [2] GRINSTEAD, CH. M., SNELL, J. L. *Introduction to Probability*. American Math. Society, 1997.
- [3] GROS, I. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. Praha, Grada Publishing 2003. ISBN 80-247-0421-8
- [4] PÍŠEK, M., HANUŠ, F. *Rozhodovací analýza (Příklady)*. ČVUT Praha, 1994. ISBN 80-01-01191-7
- [5] VANĚČKOVÁ, E., FRIEBELOVÁ, J. *Analýza simulačních postupů ve stochastických projektech. Kvantitativní metody v ekonomii*. Nitra 2004. ISBN 80-88946-40-9.

- [6] WINSTON, W., L. *Simulation Modeling Using @RISK*. Duxbury, 2001. ISBN 0-534-38059-X

Adresa autorů:

Ing. Jana Friebelová, Ph.D., Ing. Ludvík Friebel, Ph.D.
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Ekonomická fakulta, katedra aplikované matematiky a informatiky
Studentská 13, 37001 České Budějovice
tel: 389032678, e-mail: friebelova@ef.jcu.cz, friebel@ef.jcu.cz